入札あれこれ【7】

不確定とディシジョンメーキング

株でも競馬でも結果がわかっていれば苦労はない。わかっていないからこそ賭けになり，勝負になる。先行きがわかっていないことを不確定の状況といい，それに対する勝負の仕方をむつかしくいえば戦略と呼ぶ。世の中の判断ごとはほとんどこの種のものである。状況はさまざまに不確定で，とり得る戦略もいろいろであるが，こうした不確定的決定の一部は構造がある程度わかってはいる。たとえば次の様である。

表一1は株を買う場合で状況の見通しは3通り，つまり景気の上昇，普通，下降とある。株の選択肢はAとB 2通りであって，その予想株価は状況によってちがう。

この場合，買う人の態度，考え方によってどちらを買うかという戦略はことなる。楽観的な人は好景気の見通しで，その場合，より値段の上がる方つまりAに投資をする。より悲観的な人は悪くても損の少ないBを買う。前者をマクシマックス，後者をマクシミニ原理という。

表一1

		状況		
		好況	普通	不況
戦略	A株	120	102	80
	B株	108	106	104

状況に確率をあたえることが出来れば，このシリーズの【1】でのべた期待値という考え方が利用できる。確率が全くわからないときはすべて同確率で売るとして同じように期待値を計算するという手もある。発案者の科学者の名を冠してこれをラプラス原理という。

この他にも楽観＋悲観の度合を定める方法もあれば，ミニマックス・リグレット原理というのもあって，それぞれ立派な科学者の名前がついている。つまりこんな単純な例でも，考え方によって，株の投資戦略はすべてことなって来るのである。

さてゲームの理論というのがある。ゲームとは囲碁，将棋，マージャンのたぐいであることはいうまでもない。それらにはそれぞれ特有のルールがあることも周知。JIS（日本工業規格）には定義があって，ゲームとは「内容を規定するルールの集り」とある。また同じくJISでゲームの理論とは「ゲームに参加している複数の参加者間の競争的行動の理論…」である。

そうだとしたら，入札行為はまさにゲームの一種であり，その理論は応用できるのではないかと思われる。

ゲームの特長は相手があることで，しかもその相手は局面に応じて最良の手をうって来ることが前提である。もちろん相手のなかには下手なのもいるし，まちがってくれるのもいる。碁，将棋のたぐいでは筆者などはそうしたケース以外は勝て

ないと思う。したがって囲碁，将棋はやらない。その点マージャンの方が偶然の要素が強いだけに勝負としては面白い。しかも手が進むにつれて，全くの不確定（情報なし）からやがて確率が修正され，見えて来るところなどが面白い。

ともあれ，相手が最良の手をうって来るであろうことは，前に記した決定原理からして，マクシマックスはとれないという意味である。こちらとしては相手のつくり出した，こちらにとって有利といえない状況のなかでそのうちのマキシマムを取ることが可能だということである。つまり悲観的な決定原理マクシミニの戦略をとるしかない。

こちらの得は相手の損という観点からすると，相手は損を少なくしようとする。相手の方も実は悲観的決定で損の最大を最小にしようということになる。これをミニマックス原理といって，マクシミニ原理のうら返しである。

競争者なしの入札

最初の例（表－2）は入札者1人のケース。期待値計算の世界である。発注者はある見積りをもっており，それを大幅にこえない限り，仕事はとれる。この例はアメリカ人の論文に出て来るせいか，予定価格をこえても，受注確率が0にならない，ただ入札が5％あがるたびに確率は半分になる。つまり無限に0に近づくだけである。期待値計算はこれで差支えないとしている訳だ。

表－2　競争者のない場合の入札期待値

入札値	利益	落札確率	利益期待値
千円 100,000	千円 5,000	1.00	千円 5,000
105,000	10,000	0.50	5,000
110,000	15,000	0.25	3,750
115,000	20,000	0.125	2,500

この場合，入札値1億円でも1.05億円でも期待値は同じである。が，確率の模様からみると，この間が問題で，ある補間計算をすると期待値最大を与えるのは実は1,022億円で，そのときの期待値は528万円，もし当ったときの現実の利益は約720万円になる。原価は9,500万円である。

2人ゼロサムゲームとしての入札

上記の例の数字をとって，競争者が1人いる場合の戦略を考える。この場合，さまざまな検討の結果，次の様であったとする。

1．当社はもともとの入札1億円で入れる。そのとき相手に勝てる確率は60％である。半々より少しいい訳だ。そのとき元来の利益期待値は500万円だから，500万円×0.6＝300万円が競争者のある場合の期待値になる。
2．こちらが同じく1億円で入れたとき，相手方がいくらかはわからぬまでも入札価格を増して入札したとき，こちらが勝てる確率は100％になる。そのとき利益期待値は500万円×1.0＝500万円になる。
3．こちらが入札価格を上増して，たとえば前の例で最大期待値を示した1億220万円を入れたとする。そのとき相手方が原入札値をまもって札を入れると，こちらは全く勝てない。落札確率0，したがって利益期待値も0である。

表一３　競争者が１人のときのゲームのモデル（当社の利益期待値）

	相手の原入札	相手の増入札
当社の原入札	3,000千円	5,000千円
当社の増入札	0千円	2,880千円

4．3と同様の場合，相手も入札値を上増したとすれば，当社の落札確率は40％ある。そのとき利益期待値は720万円×0.4＝288万円である。

以上を整理すると表一３である。これは当社側の利得だけが記入してある。この形は２人ゲームの形なのである。

そこでこれを０サムゲームとして考えると次の様な手順で解を得ることができる。

1．当社側の原則はマックスミニだから，まず２つの行のミニ（最低）をとる。300万円と０円，この２つのうちマックス（大きい方）を採用する。その意味は相手の出方如何にかかわらず当社にとって原入札の方がよい。もちろんきびしい状況（悲観的）においてである。

2．相手方はミニマックスである。まず各例で大きい方をとる。300万円，500万円，そのうち小さい方をとる。相手方も増やさないで原入札の方が有利である。

こうして，当方，相手方にとって原入札の方がよい。これでゲームは落ちつく。組合せ４通りのうち，このケースが双方の利害が一致しこれがこのゲームの解である。この300万円をゲームの値とよぶ。この解のことを鞍点（サドルポイント）という。

ところで，このゲームとしての入札戦略はやや古い論文のせいもあるが，実は少々無理がある。

ひとつはこの例題は２人０サムとして扱っているのだが，げんみつにいえば，当方，相手方の利得と損失は対照的ではない。現実に金のやりとりをともなっていないし，一方の得がそのまま片方の損になるということにはならない。その点で０サムとするには少々無理がある。２社というのも入札としては特殊である。

ふたつはサドルポイントの問題である。この例のように解が簡単に見出せるのを純粋戦略とよぶが，そうでない場合，混合戦略という工夫を必要とする。またサドルポイントは０サムゲームに限らず存在し得るが，一方いつでも常に見出せる訳でもない。

それらの意味でこの例は入札モデルとして適当でなく，実際的でないかも知れない。

しかし，特定の競争相手との価格競争のケースというのは民間市場でもあり得るし，なによりも入札研究のアプローチのひとつとしてこうした考え方もあることを紹介したのである。その後この手の研究を改良，発展させた論文は見当らない。しかし，ゲームの理論が競争行動をあつかっているだけに，この領域で何らかの成果が得られる可能性はあるのではなかろうか。　　（古川　修）

参　考

M．GATES：Bidding Strategies and Probabilities, Journal of A. S.C. E. 3. 1967